

تأمین: ساختمان های گسسته - ریاضیات گسسته

تعداد سوالات: ۳۰ تکلیف: ۷

رشته تحصیل: مهندسی کامپیوتر - فناوری اطلاعات - علوم کامپیوتر

زمان آزمون (بسته): ۷۵ دقیقه: ۶۰

کد پرسن: ۱۱۱۵۰۶۷ - مهتسی شرم الزار - تجميع (IT-علوم کامپیوتر-شرم الزار-سخته الزار) - ۱۱۱۵۱۳۷ - فناوری اطلاعات - ۱۱۱۱۱۰۳ - علوم کامپیوتر

* دانشجوی گرامی: لطفاً گزینه ۱ را در قسمت کد سری سؤال برگه پاسخنامه خود، علامت بز نید. بدیهی است، مسئولیت

این امر برعهده شما خواهد بود.

** این آزمون نمره منفی ندارد.

۱. ارزش گزاره $((x=3) \wedge (y < 9)) \vee ((x=3) \wedge (y \geq 4))$ و $(\neg((x=3) \wedge (y \geq 4))) \wedge ((x=3) \wedge (y < 9))$ به ازای کدامیک از مقادیر x و y درست خواهد بود؟

ب. $y=2, x=10$

الف. $y=2, x=2$

د. $y=0, x=0$

ج. $y=10, x=2$

۲. برای سه گزاره p, q و r کدام گزینه صحیح است؟

ب. $\neg(\neg p \vee \neg q) = p \vee q$

الف. $\neg(p \vee q) = \neg p \vee \neg q$

د. $q = p \wedge (p \vee q)$

ج. $p = p \vee (p \wedge q)$

۳. گزاره $q \rightarrow p$ با کدامیک از گزاره های زیر هم ارز است؟

د. $\sim q \rightarrow \sim p$

ج. $\sim p \rightarrow \sim q$

ب. $p \rightarrow q$

الف. $\sim p \vee q$

۴. کدامیک از گزاره های زیر راستگو هستند؟

گزاره اول: $p \rightarrow p$ گزاره دوم: $p \leftrightarrow p$ گزاره سوم: $\neg(\neg(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow q))$

ب. فقط گزاره اول و دوم

الف. فقط گزاره اول

د. هر سه گزاره راستگو هستند

ج. فقط گزاره اول و سوم

۵. فرض کنید که $A = \{a, b, c, d, e\}$ و رابطه R به صورت زیر بر روی A تعریف شده است در اینصورت R کدام خاصیترا دارا می باشد؟ $R = \{(a, a), (a, b), (b, c), (c, e), (c, d), (d, e)\}$

د. تعدی

ج. ضد تقارنی

ب. ضد بازتابی

الف. بازتابی

۶. با فرض $|A| = n$ (یعنی A دارای n عضو است) و رابطه $R \subseteq A \times A$ ، برای آنکه ماتریس رابطه (M_R) دارای خاصیتبازتابی باشد، شرط لازم آن است که تعداد درایه های 1 در ماتریس حداقل باید برابر باشد.

الف. $n^2 - n$

ب. $n^2 - n - 1$

ج. $2n$

د. n

۷. اگر رابطه هم ارزی $R \subseteq A \times A$ برای $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$ به صورت زیر تعریف شود، دسته همارزی $R[5]$ دارای چند عضو خواهد بود؟ $aRb \Leftrightarrow a \equiv b \pmod{3}$

د. ۲

ج. ۳

ب. ۴

الف. ۵

نام درس: ساختمان‌های گسسته - ریاضیات گسسته
 رشته تحصیلی: گرایش: مهندسی کامپیوتر - فناوری اطلاعات - علوم کامپیوتر
 کلاس درس: ۱۱۱۵۰۶۷ مهندسی نرم افزار - تجمیع (IT-علوم کامپیوتر-نرم افزار-سخت افزار) - ۱۱۱۵۱۳۷ (فناوری اطلاعات) - ۱۱۱۱۱۰۴ (علوم کامپیوتر)
 تعداد سوال: نسبی: ۳۰ تکمیلی: ۷۰ تشریحی: ۷
 زمان آزمون (بقیه): تستی و تکمیلی: ۷۵ تشریحی: ۶۰

۸. با فرض آنکه R و S دو رابطه در A باشند، در این صورت کدامیک از گزاره های زیر همواره صحیح است؟
 الف. اگر R بازتابی باشد آنگاه \bar{R} ضد بازتابی است.
 ب. اگر R متقارن باشد آنگاه \bar{R} متقارن نیست.
 ج. اگر R و S متعددی باشند آنگاه $R \cap S$ متعددی نیست.
 د. اگر R و S ضد بازتابی باشند آنگاه $R \cup S$ بازتابی است.
 ۹. در مسئله زیر برای حل بوسیله اصل لانه کبوتری، لانه و کبوتر معادل کدام مفهوم در مسئله می باشند؟
 مسئله: "اگر ۳۰ کتاب در کتابخانه ای موجود باشند که مجموعاً ۶۱۳۲۷ صفحه داشته باشند، یکی از آنها باید دارای ۲۰۴۵ صفحه باشد."

الف. صفحه ها معادل کبوترها و کتابها معادل لانه ها
 ب. کتابها معادل کبوترها و صفحه ها معادل لانه ها
 ج. گزینه های الف و ب می توانند با هم معادل باشند.
 د. این مسئله در چهارچوب اصل لانه کبوتری نمی گنجد.

۱۰. کدامیک از روابط زیر، ترتیب جزئی نیست؟

الف. کوچکتر مساوی معمولی ب. بزرگتر بودن معمولی ج. بخشپذیر بودن د. زیر مجموعه بودن

۱۱. کدام گزاره زیر صحیح است؟

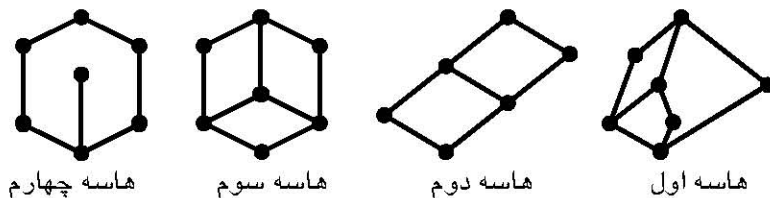
الف. مجموعه $S = \{a, b, c\}$ و $A = P(S)$ (توضیح اینکه A مجموعه توانی مجموعه S است) را در نظر بگیرید مجموعه با ترتیب جزئی (A, \subseteq) دارای چند بزرگترین و چند کوچکترین عضو می باشد؟ (از راست به چپ)
 الف. یک بزرگترین و سه تا کوچکترین
 ب. یک بزرگترین و هیچ تعداد کوچکترین
 ج. یک بزرگترین و یک کوچکترین
 د. نه دارای بزرگترین و نه دارای کوچکترین

۱۲. کدامیک از گزاره های زیر صحیح است؟ (راهنمایی: رابطه | رابطه بخش پذیری است)

گزاره اول: شبکه $(D_n, |)$ ، زیر شبکه $(Z^+, |)$ است.
 گزاره دوم: شبکه $(Z^+, |)$ یک شبکه محدود است.
 گزاره سوم: شبکه $(P(S), \subseteq)$ پخش پذیر است.
 گزاره چهارم: شبکه $(P(S), \subseteq)$ متمم دار است.
 الف. اول و دوم ب. اول، سوم و چهارم
 ج. دوم، سوم و چهارم د. هر چهار گزاره

۱۳. اگر $a \leq b$ و $c \leq d$ باشد آنگاه کدام گزینه زیر صحیح است؟ (برای شبکه L و هر $a, b, c, d \in L$)
 الف. $a \vee c \leq b \vee d$ ب. $a \vee b \leq c \vee d$ ج. $a \wedge b \leq c \wedge d$ د. $(a \vee b) \wedge (c \vee d) = a$

۱۴. کدامیک از هاسه های زیر، شبکه هستند؟



الف. دوم و چهارم
 ب. سوم و چهارم
 ج. اول، دوم و سوم
 د. هر چهار هاسه

تعداد سوال: نسی: ۳۰ تکمیلی: — تشریحی: ۷

زمان آزمون (بقیه): نسی و تکمیلی: ۷۵ تشریحی: ۶۰

نام درس: ساختمان‌های گسسته - ریاضیات گسسته

رشته تحصیلی: گرایش: مهندسی کامپیوتر - فناوری اطلاعات - علوم کامپیوتر

کد درس: ۱۱۱۵۰۶۷ مهندسی نرم افزار - تجميع (IT-علوم کامپیوتر-نرم افزار-سخت افزار) - ۱۱۱۵۱۳۷ (فناوری اطلاعات) - ۱۱۱۱۱۰۴ (علوم کامپیوتر)

۱۵. اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12, 24\}$ و $(A, |)$ یک مجموعه مرتب جزئی با رابطه بخش پذیری باشد، کوچکترین کران بالای مجموعه $B = \{2, 3, 4\}$ کدام است؟

الف. ۲۴ ب. ۱۲ ج. ۴ د. ۱

۱۶. dnf مربوط به عبارت بولی $(x \wedge (y \vee z'))'$ دارای چند جمله کمینه (Minterm) متمایز است؟

الف. ۲ ب. ۴ ج. ۵ د. ۶

۱۷. اگر S_n برای $n \geq 0$ ، تعداد اعداد دودویی n رقمی با الفبای صفر و یک $\{0, 1\}$ ، فاقد الگوی ۱۱ باشد. S_n کدام است؟

الف. ۱۳ ب. ۲۱ ج. ۷ د. ۵

۱۸. معادله $a_n = \frac{n(n-1)}{2}$ برابر کدامیک از روابط بازگشتی زیر می باشد؟ ($n \geq 1$)

الف. $a_n = a_{n-1} + (n-1)$ ب. $a_n = a_{n-1} + (n-2)$ ج. $a_n = a_{n-1} + n$ د. $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$

۱۹. می دانیم چند جمله ای $\frac{x+1}{(1-x)^m}$ ، تابع مولد دنباله $1^p, 2^p, 3^p, \dots$ است، تابع مولد دنباله $0^p, 1^p, 2^p, 3^p, \dots$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{1-x}$ ب. $\frac{x}{(1-x)^p}$ ج. $\frac{x}{(1-x)^m} + x$ د. $\frac{x(x+1)}{(1-x)^m}$

۲۰. حداقل تعداد یال‌های لازم برای اینکه یک گراف با n رأس همبند باشد، چند یال می باشد؟

الف. n یال ب. $n+1$ یال ج. $n-1$ یال د. $\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ یال

۲۱. معادله بازگشتی $a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2}$ با مقادیر اولیه $a_0 = 2, a_1 = 3$ برابر با کدامیک از معادلات زیر است؟

الف. $a_n = n + 2$ ب. $a_n = n^2 + 2$ ج. $a_n = n^2 + n + 2$ د. $a_n = n^3 + 2$

۲۲. چند گراف بی سو (بدون جهت) با پنج گره می توان داشت که سه گره از درجه ۷ و دو گره از درجه ۴ داشته باشند؟

الف. صفر ب. ۱ ج. ۲ د. هر تعداد گراف

۲۳. هفده دانشجوی یک کلاس تصمیم می گیرند که هر روز ناهار را با هم و دور یک میز صرف کنند. آنها تصمیم گرفته اند که همدیگر را بهتر بشناسند. برای این منظور، به هنگام ناهار، هریک در کنار فردی می نشیند که در روزهای پیش، کنار آنها ننشسته بود. برای چند روز این هفده دانشجوی می توانند با شرط موجود ناهار را با هم صرف کنند؟

الف. ۹ ب. ۸ ج. ۷ د. ۶

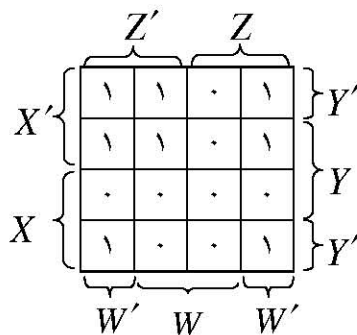
نام درس: ساختمان‌های گسسته - ریاضیات گسسته
 رشته تحصیلی: گرایش: مهندسی کامپیوتر - فناوری اطلاعات - علوم کامپیوتر
 تعداد سوال: نسی: ۳۰ تکمیلی: ۷ تشریحی: ۷
 زمان آزمون (بقیه): نسی و تکمیلی: ۷۵ تشریحی: ۶۰
 کلاس درس: ۱۱۱۵۰۶۷ مهندسی نرم افزار - تجمیع (IT-علوم کامپیوتر-نرم افزار-سخت افزار) - ۱۱۱۵۱۳۷ (فناوری اطلاعات) - ۱۱۱۱۱۰۴ (علوم کامپیوتر)

سؤالات تشریحی

بخش اول: از سه سؤال زیر تنها به دو سؤال انتخابی پاسخ دهید. (هر سؤال این بخش یک ونیم نمره دارد)

- متن زیر در رابطه با درس ساختمان‌های گسسته (به اختصار گسسته) برای دانشجویی به نام علی قابل بحث است: (۱/۵ نمره)
 - اگر امتحان گسسته استاندارد باشد و علی وقت کافی برای درس گذاشته باشد، آنگاه علی درس را قبول خواهد شد.
 - اگر علی درس گسسته را رد شود آنگاه با استفاده از تبصره ماده ۱۰، درس ساختمان داده را ترم بعد هم نیاز خواهد کرد.
 - اگر امتحان گسسته غیر استاندارد باشد، آنگاه طراح فردی کم تجربه بوده است یا وقت کافی برای طراحی نداشته است.
 - اگر برای طراحی چند هفته به طراح سؤال وقت داده شود، آنگاه طراح وقت کافی برای طراحی سؤال داشته است.
 - اگر علی کمتر از هفته ای ۵ ساعت در طول نیمسال برای درس وقت بگذارد، آنگاه وقت کافی برای درس نگذاشته است.
 - علی کمتر از هفته ای ۵ ساعت در طول نیمسال برای درس گسسته وقت گذاشته است.
 - به طراح سؤال چندین هفته برای طرح سؤال وقت داده شده است.
 - امتحان گسسته استاندارد نبوده است.
- موارد زیر را از طریق قواعد استنتاج اثبات یا رد کنید.
- الف. آیا علی برای درس ساختمان داده‌ها ترم بعد به تبصره ماده ۱۰ نیاز خواهد داشت؟
- ب. آیا طراح فرد یکم تجربه بوده است.

۲. عبارت بولی تعریف شده زیر را ساده کرده و سپس نمودار منطقی آن را رسم کنید (۱/۵ نمره).



۳. فرض کنید ماتریس M ماتریس بولی رابطه R باشد. R یک رابطه روی مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ است. اولاً: با استفاده از عملیات ماتریسی، نشان دهید که R ، یک رابطه هم‌ارزی است.

ثانیاً: از روی ماتریس، کلاس‌های هم‌ارزی آن را بنویسید. (۱/۵ نمره)

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

نام درس: ساختمان‌های گسسته - رياضيات گسسته

تعداد سؤال: نظري: ۳۰ تکليفي: — تئوري: ۷

رشته تحصلي: گراين مهندسي کامپيوتر - فناوري اطلاعات - علوم کامپيوتر

زمان آزمون (بقيه): تستي و تکليفي: ۷۵ تئوري: ۶۰

کلاس: ۱۱۱۵۰۶۷ مهندسي نرم افزار - تجميع (III - علوم کامپيوتر نرم افزار - سخت افزار) - ۱۱۱۵۱۳۷ (فناوري اطلاعات) - ۱۱۱۱۱۰۴ (علوم کامپيوتر)

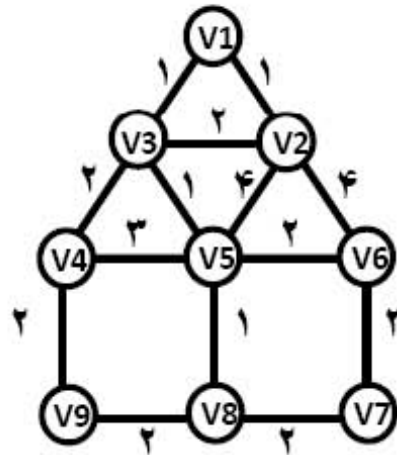
بخش دوم: از چهار سؤال زير، تنها به سه سؤال انتخابي پاسخ دهيد (هر سؤال يك نمره)

۳. رابطه بازگشتي زير را به روش جاگذاري و تکرار، حل نماييد. (۱ نمره)

$$\begin{cases} a_n = 3a_{n-1} + 1 \\ a_1 = 2, \quad a_p = 2 \end{cases}$$

۵. درخت پيمائش عبارت $(x+y)^* z/k - e + (f/g)$ را رسم نموده و معادل پيشوندي و پسوندي آن را بدست آوريد (۱ نمره)

۶. گراف مقابل را با استفاده از الگوريتم کراسکال، به درخت پوشاي کمينه تبديل نماييد. (۱ نمره)



۷. فرض كنيد $A = \{a, b, c\}$ و S, R دو رابطه در A به صورت ماتريسهاي زير باشند. $M_{S \otimes R}$ را بدست آوريد. (۱ نمره)

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$M_S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$